UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **P.A. 2007-3**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **01/03/2008**
AREA ACADEMICA DE CIENCIAS BASICAS Y HUMANIDADES

SOLUCIONARIO DE LA TERCERA PRÁCTICA CALIFICADA DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- **DURACION: 60 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**

P1 (07 Puntos)

Use el polinomio de interpolación de Newton y Lagrange más apropiados de segundo grado, para aproximar p(6.5) a partir de los siguientes datos: (1,1.1); (5,5.4); (7,8.9); (10, 11.7); (14,12.8).

Solución

La tabla correspondiente para las diferencias divididas es:

1.1				
5.4	1.0750			
8.9	1.7500	0.1125		
11.7	0.9333	-0.1633	-0.0306	
12.8	0.2750	-0.0940	0.0077	0.0029

Escogiendo las diferencias apropiadas para grado 2:

8.9		
11.7	0.9333	
12.8	0.2750	-0.0940

Luego de ordenar y agrupar, el polinomio de newton es:
$P_2(x)= -0.0940x^2 + 2.5321x - 4.2167$
La aproximación es:
$P(6.5)= 8.2688$

El polinomio de lagrange es:
$L_o(x)= 0.0476 \quad x^2 -0.0833 \quad +0.0357$
$L_1(x)= -1.1429 \quad x^2 +1.7500 \quad x-0.6071$
$L_2(x)= 6.6667 \quad x^2 -8.1667 \quad +2.5000$
$P_2(x)= L_o(x)y_o+ L_1(x)y_1+ L_2(x)y_2$
Luego de ordenar y agrupar
$P(x)= -0.0940x^2 + 2.5321x - 4.2167$

P2 (07 Puntos)

Aproximar $f(x)$ dada por la tabla:

x	0	2	4	6	8	10	∞
$f(x)$	84.8	75.0	67.2	61.9	57.6	53.4	20.0

Por la función de tipo: $\dfrac{1}{a+bx}+c$.

Para lo cual se pide:

a) Determine la función regresora g(x)=$\sum c_i \phi_i(x)$

b) Evaluar el error cometido. Comente su respuesta.

<u>Nota</u>: primero debe calcular *c*, usando límites.

Solución

Entonces la f(x) se puede escribir como

$$f(x) \approx \frac{1}{a+bx}+20$$

Función regresora:

$$f(x)-20 \approx \frac{1}{a+bx}$$

$$\frac{1}{f(x)-20} \approx a+bx = g(x)$$

Ecuación normal:

$$\begin{bmatrix} 6 & 30 \\ 30 & 220 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.13520257051523 \\ 0.77647464481922 \end{bmatrix}$$

$$f(x) \simeq \frac{1}{0.0155+0.0014\,x}+20$$

Factor de regresión

R^2=1.0156

Muy buen ajuste.

P3 (06 Puntos)

Dada la siguiente tabla:

x-2h	x	x+h
f(x-2h)	f(x)	f(x+h)

a) Obtener una fórmula de diferenciación numérica de tres puntos para f ’(x), usando un polinomio interpolante de Lagrange de segundo grado.

b) Si un móvil se desplaza por los puntos: (0, 0.123); (0.2, 0.321); (0.3, 0.231) estime y’(0.2), usando la fórmula obtenida en a).

Solución

a) Reescribiendo la tabla :

x0=x-2h	x1=x	x2=x+h
f(x-2h)	f(x)	f(x+h)

Por Lagrange:

$$P_2(x)=\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}f(x_0)+\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}f(x_1)+\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}f(x_2)$$

Derivando:

$$P_2'(x)=\frac{2x-(x_1+x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}f(x_0)+\frac{2x-(x_0+x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}f(x_1)+\frac{2x-(x_0+x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}f(x_2)$$

$$P_2'(x_1)=\frac{2x_1-(x_1+x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}f(x_0)+\frac{2x_1-(x_0+x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}f(x_1)+\frac{2x_1-(x_0+x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}f(x_2)$$

$$P_2'(x_1)=\frac{-h}{(-2h)(-3h)}f(x_0)+\frac{h}{(2h)(-h)}f(x_1)+\frac{2h}{(3h)(h)}f(x_2)$$

$$P_2'(x_1)=\frac{-h}{(-2h)(-3h)}f(x_0)+\frac{h}{(2h)(-h)}f(x_1)+\frac{2h}{(3h)(h)}f(x_2)$$

$$=\frac{1}{h}\left(-\frac{f(x_0)}{6}-\frac{f(x_1)}{2}+\frac{2f(x_2)}{3}\right)$$

Reescribiendo esta fórmula:

$$f'(x)=\frac{1}{h}\left(-\frac{f(x-2h)}{6}-\frac{f(x)}{2}+\frac{2f(x+h)}{3}\right)$$

b)

$$h=0.1$$

$$y'(0.2)=\frac{1}{h}\left(-\frac{y(0)}{6}-\frac{y(0.2)}{2}+\frac{2y(0.3)}{3}\right)=\frac{1}{0.1}\left(-\frac{0.123}{6}-\frac{0.321}{2}+\frac{0.231}{3}\right)=-0.27$$

Los Profesores